PROYECCIONES

Revista de Matemática Vol. 8/9 Pág. 73-83

1989/90 - ISSN 0716-0917

Universidad Católica del Norte

Antofagasta - Chile

**IDENTIFICABILIDAD EN ALGUNOS MODELOS EN
SERIES DE TIEMPO.**

I. Gloria Muñoz S.
Jimmy Reyes R.

R E S U M E N

La estructura de un modelo en series de tiempo, en cuanto a su identificación, constituye un paso previo a la estimación de los parámetros que lo caracterizan.

En este artículo se presentan algunos de los métodos clásicos en series de tiempo con una notación no tradicional, los cuales se descompondrán siempre como una señal más un ruido. Se entregarán las ideas básicas (definiciones y teoremas) para determinar más adelante cuando un modelo es identificable utilizando el rango de la matriz de Hankel.

1. INTRODUCCION

Modelos Arma

El problema que nos plantearemos lo podemos sintetizar de la siguiente forma:

Dado un modelo:

$$(1 + A(L))Y_k = (1 + C(L))\epsilon_k$$

que representa la ecuación de un modelo ARMA (p,q) con $q \leq p$, ¿Cómo identificar los parámetros "p" y "q" que caracterizan a este modelo?

1.1. Es importante recordar que los modelos estocásticos (que presentan fenómenos aleatorios que evolucionan en el tiempo de acuerdo a leyes probabilísticas) de clase ARMA en general se pueden construir usando como base una extensión de los modelos AR y MA.

La forma general para un modelo autorregresivo de orden p [AR(p)] estará dada por:

$$Y_k = S_k + \epsilon_k$$

$$S_k = \alpha(L) Y_k$$

en que:

- L es el operador retroceso tal que $LY_k = Y_{k-1}$
- $\alpha(L) : \sum_{i=1}^p \alpha_i L^i$; $\alpha_i \in \mathbb{R}$
- ϵ_k es una secuencia de ruidos blancos no correlacionados.

Esto nos permite indicar que, un AR(p), tendrá la forma general:

$$Y_k = \alpha(L) \cdot Y_k + \epsilon_k$$

$$Y_k = \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i L^i \right) Y_k + \epsilon_k$$

$$\therefore (1) \quad Y_k = \alpha_1 Y_{k-1} + \alpha_2 Y_{k-2} + \dots + \alpha_p Y_{k-p} + \epsilon_k$$

con lo cual podemos concluir que el valor actual del proceso puede expresarse como una suma ponderada de valores pasados más el "ruido" (perturbación) actual.

Luego podemos reescribir la ecuación (1) como:

$$Y_k + A(L) Y_k = \epsilon_k \iff (1 + A(L)) Y_k = \epsilon_k$$

en que: $1 + A(L) = 1 + \sum_{i=1}^p a_i L^i$, con $a_i = -\alpha_i$; $\forall i = 1, 2, \dots, p$
se llama operador autorregresivo de orden p .

1.2. Por otra parte podemos indicar que un MA(q) tendrá la forma:

$$Y_k = S_k + \epsilon_k$$

$$S_k = C(L) \epsilon_k$$

en que:

- $C(L) = \sum_{i=1}^q c_i L^i$; $c_i \in \mathbb{R}$

análogamente, tendremos entonces que, un MA(q) tendrá la forma general:

$$Y_k = C(L) \varepsilon_k + \varepsilon_k$$

$$Y_k = \left(\sum_{i=1}^q c_i L^i \right) \varepsilon_k + \varepsilon_k$$

$$\therefore (2) \quad Y_k = c_1 \varepsilon_{k-1} + c_2 \varepsilon_{k-2} + \dots + c_q \varepsilon_{k-q} + \varepsilon_k$$

que podrá escribirse como:

$$Y_k = (C(L))\varepsilon_k + \varepsilon_k$$

$$\text{en que } C(L) = c_1 L + c_2 L^2 + \dots + c_q L^q$$

1.3. De tales procesos es posible entonces crear la extensión o modelo mixto llamado ARMA (p,q).

$$Y_k = [\alpha_1 Y_{k-1} + \alpha_2 Y_{k-2} + \dots + \alpha_p Y_{k-p}] +$$

$$[\varepsilon_k + c_1 \varepsilon_{k-1} + \dots + c_q \varepsilon_{k-q}]$$

y convenientemente podrá escribirse como:

$$(1 + A(L))Y_k = (1 + C(L))\varepsilon_k$$

Esto implica entonces, la existencia de un parámetro $\underline{\theta}$ con (p+q) componentes. Donde,

$$\underline{\theta}' = (a_1, a_2, \dots, a_p, c_1, c_2, \dots, c_q)$$

1.4. Si tenemos la serie de tiempo $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ se define la función de covarianza de la serie por: $f(k, k+h) \triangleq \text{Cov}(X_k, X_{k+h})$. Si $f(k, k+h)$ sólo depende de la distancia entre los puntos k y k+h, esto es $f(k, k+h) = R_h$, entonces R_h se denomina función de autocovarianza de la serie.

Así se tendrá que:

$$R_h = \text{Cov}(X_k, X_{k+h}) = \text{Cov}_L(X, X_{L+h}) \quad \forall k \neq L \in \mathbb{Z},$$

y si la media de la serie es cero entonces $R_h = E_{\underline{\theta}} [X_k X_{k+h}]$

2. IDENTIFICABILIDAD

El problema de identificabilidad puede ser enfocado desde dos puntos de vista: i) ¿Qué condiciones son necesarias sobre los parámetros de un modelo para asegurar que éste puede ser simulado con propiedades precisas? ii) ¿Cuánto pueden revelar los datos acerca del valor de los parámetros del modelo?

Para formalizar la identificabilidad entregaremos primeramente la definición de modelo.

Definición 1.

Si $\underline{Y}$ denota los datos de una serie de tiempo. Un modelo M para $\underline{Y}$ es una familia de distribuciones de probabilidad $P_{\underline{\theta}}(\underline{Y})$ o $P(\underline{Y}/\underline{\theta})$ indicadas por un parámetro $\underline{\theta}$ d -dimensional perteneciente a un espacio parametral $R_{\underline{\theta}} \subset R^d$. Un elemento de M ; es decir una particular distribución de probabilidades es llamada estructura (o un valor parametral) y la denotaremos por $M_{\underline{\theta}}$ (o $\underline{\theta}$).

Definición 2.

Dos estructuras $M_{\underline{\theta}}$ y $M_{\underline{\theta}'}$, (o valores parametrales $\underline{\theta}$ y $\underline{\theta}'$) son observacionalmente equivalentes si $P_{\underline{\theta}}(\underline{Y}) = P_{\underline{\theta}'}(\underline{Y})$.

Definición 3.

Una función $g(\underline{\theta})$ es identificable si y solo si $(P_{\underline{\theta}_1}(\underline{Y}) = P_{\underline{\theta}_2}(\underline{Y})$

$$(P_{\underline{\theta}_1}(\underline{Y}) = P_{\underline{\theta}_2}(\underline{Y}) \implies g(\underline{\theta}_1) = g(\underline{\theta}_2),$$

es decir, estructuras observacionalmente equivalentes dan el mismo valor para $g(\underline{\theta})$.

Una aproximación básica para identificabilidad es la Teoría de Funciones Estimables.

Definición 4.

Una función $g(\underline{\theta})$ es estimable si existe una función de los datos $\phi_g(\underline{Y})$ tal que

$$g(\underline{\theta}) = E_{\underline{\theta}} [\phi_g(\underline{Y})] = \int \phi_g(\underline{Y}) P_{\underline{\theta}}(d\underline{Y}).$$

Nota 1. Particularmente, si definimos para algún $i \in Z$, $h \in Z$.

$$\phi(Y) = Y_i \cdot Y_{i+h} \implies R_h = E_{\underline{\theta}}[Y_i Y_{i+h}] = g(\underline{\theta})$$

Luego, R_h es estimable.

Lema 1 : Una función $g(\underline{\theta})$ es identificable si $g(\underline{\theta})$ es estimable.

Demostración

$$\text{Sea } P_{\underline{\theta}_1}(y) = P_{\underline{\theta}_2}(y)$$

Entonces

$$\begin{aligned} g(\underline{\theta}_1) &= E_{\underline{\theta}_1}(\phi_g(y)) = \int \phi_g(y) P_{\underline{\theta}_1}(dy) \\ &= \int \phi_g(y) P_{\underline{\theta}_2}(dy) = g(\underline{\theta}_2) \end{aligned}$$

Nota 2 : De acuerdo al modelo : $(1 + A(L))Y_k = (1 + C(L))\epsilon_k \iff$

$$Y_k + \sum_{i=1}^p a_i Y_{k-i} = \epsilon_k + \sum_{i=1}^q c_i \epsilon_{k-i}$$

Es posible asegurar que:

$$g(\underline{\theta}) = E_{\underline{\theta}} [Y_i Y_{i+k}] = R_k \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

es estimable según 1 anterior. Luego podemos asegurar que, ella será identificable (por lema 1) :

Dado el vector aleatorio:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \text{ es posible determinar la matriz de covarianzas:}$$

$$\text{Cov} [\underline{Y}] = E_{\underline{\theta}} [\underline{Y} \underline{Y}'] = [R_{|i-j|}(\underline{\theta})], \quad 1 \leq i, j \leq n$$

Por lo tanto, suponiendo distribución normal se tendrá toda la información sobre las Y_i . (Dado que la función de covarianza y el vector de medias identifican la distribución normal). Así, en series de tiempo las autocovarianzas se toman a menudo como punto de partida para consideraciones de identificabilidad. Retomando la expresión:

$$(3) \quad Y_k + a_1 Y_{k-1} + \dots + a_p Y_{k-p} = \epsilon_k + c_1 \epsilon_{k-1} + \dots + c_q \epsilon_{k-q}$$

consideremos Y_{k-j} con $j \geq p$.

Si multiplicamos (3) por Y_{k-j} se tendrá:

$$\begin{aligned} (4) \quad Y_k Y_{k-j} + a_1 Y_{k-1} Y_{k-j} + \dots + a_p Y_{k-p} Y_{k-j} &= \epsilon_k Y_{k-j} + \dots \\ &\dots + c_q \epsilon_{k-q} Y_{k-j}; \text{ y aplicando esperanza se tendrá:} \end{aligned}$$

$$(5) \quad R_j + a_1 R_{j-1} + \dots + a_p R_{j-p} = E_{\underline{\theta}}(\epsilon_k \cdot Y_{k-j}) + \sum_{i=1}^q c_i E[\epsilon_{k-i} Y_{k-j}]$$

2.7. Denotemos $\underline{a}_p = (a_1, \dots, a_p)'$, y construyamos una matriz $\underline{H}_p(\underline{\theta})$ como:

$$\underline{H}_p(\underline{\theta}) = \begin{bmatrix} R_1(\underline{\theta}) & R_2(\underline{\theta}) & \dots & R_p(\underline{\theta}) \\ R_2(\underline{\theta}) & R_3(\underline{\theta}) & \dots & R_{p+1}(\underline{\theta}) \\ R_3(\underline{\theta}) & \dots & \dots & R_{p+2}(\underline{\theta}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_p(\underline{\theta}) & R_{p+1}(\underline{\theta}) & \dots & R_{2p-1}(\underline{\theta}) \end{bmatrix}$$

donde $R_h(\underline{\theta}) = E_{\underline{\theta}}[Y_i \cdot Y_{i+h}] = R_h$

Esta matriz $\underline{H}_p(\underline{\theta})$ se llama matriz de Hankel, y se caracteriza por tener las mismas entradas a lo largo de las antidiagonales.

Ejemplo

Para el caso de un modelo ARMA (2,0) es posible construir la matriz de Hankel teniendo en cuenta lo siguiente:

En este caso:

$$\underline{a}'_p = (a_1, a_2)$$

Además, $R_k(\underline{\theta}) = a_1 R_{k-1}(\underline{\theta}) + a_2 R_{k-2}(\underline{\theta})$

$$\therefore \quad \left. \begin{array}{l} 1.- \quad R_1(\underline{\theta}) = a_1 R_0(\underline{\theta}) + a_2 R_1(\underline{\theta}) \\ 2.- \quad R_2(\underline{\theta}) = a_1 R_1(\underline{\theta}) + a_2 R_2(\underline{\theta}) \end{array} \right\}$$

De 1) $(1 - a_2) R_1(\underline{\theta}) = a_1 R_0(\underline{\theta})$

$$\therefore \quad R_1(\underline{\theta}) = \left(\frac{a_1}{1 - a_2} \right) R_0(\underline{\theta})$$

Con lo cual

$$R_2(\underline{\theta}) = \left(\frac{a_1^2}{1 - a_2} + a_2 \right) R_0(\underline{\theta}) = R_0(\underline{\theta}) \left[\frac{a_1^2 + a_2 - a_2^2}{1 - a_2} \right]$$

Como:

$$R_3(\underline{\theta}) = a_1 R_2(\underline{\theta}) + a_2 R_1(\underline{\theta})$$

$$\therefore R_3(\underline{\theta}) = R_0(\underline{\theta}) \left[\frac{a_1^3}{1-a_2} + a_2 a_1 + \frac{a_1 a_2}{1-a_2} \right]$$

Que podemos escribir como:

$$R_3(\underline{\theta}) = R_0(\underline{\theta}) \left[\frac{a_1^3 + a_1 a_2 - a_2^2 a_1 + a_1 a_2}{1-a_2} \right] = R_0(\underline{\theta}) \left[\frac{a_1^3 + 2a_1 a_2 - a_2^2 a_1}{1-a_2} \right]$$

Con lo cual la matriz de Hankel $H_p(\underline{\theta})$ tendrá la forma:

$$H_p(\underline{\theta}) = \frac{R_0(\underline{\theta})}{1-a_2} \begin{bmatrix} a_1 & a_1^2 + a_2 - a_2^2 \\ a_1^2 + a_2 - a_2^2 & a_1^3 + 2a_2 a_1 - a_2^2 a_1 \end{bmatrix}$$

2.8. Suponiendo "p" desconocido, podemos obtener $\underline{a}_p$ al resolver la ecuación:

$$(6) \quad H_p(\underline{\theta}) \cdot \underline{a}_p = r_p(\underline{\theta})$$

donde :

$$H_p(\underline{\theta}) = \begin{bmatrix} R_1(\underline{\theta}) & R_2(\underline{\theta}) & \dots & R_p(\underline{\theta}) \\ R_2(\underline{\theta}) & \dots & \dots & R_{p+1}(\underline{\theta}) \\ \vdots & & & \vdots \\ R_p(\underline{\theta}) & \dots & \dots & R_{2p-1}(\underline{\theta}) \end{bmatrix}$$

es la matriz de Hankel y

$$r_p(\underline{\theta}) = \begin{bmatrix} R_{p+1}(\underline{\theta}) \\ \vdots \\ R_{2p}(\underline{\theta}) \end{bmatrix}$$

2.9. Teorema 1 :

En el modelo ARMA (p, q); $q \leq p$

$$(1 + A(L))Y_k = (1 + C(L))\epsilon_k, \text{ donde}$$

$$A(L) = \sum_{i=1}^p a_i L^i \quad y \quad C(L) = \sum_{i=1}^q c_i L^i$$

$\underline{a}_p$ es identificable si y solamente si el rango de $H_p(\underline{\theta})$ es p.

Demostración

Sea $\underline{\theta}' = (\underline{a}'_p, \underline{c}'_p) = (a_1, \dots, a_p, c_1, \dots, c_q)$ y $g(\underline{\theta}) = \underline{a}_p$.
Entonces $\underline{a}_p$ es identificable $\iff$

$$(P_{\underline{\theta}_1}(\underline{Y}) = P_{\underline{\theta}_2}(\underline{Y}) \implies \underline{a}_{p1} = \underline{a}_{p2}) \quad (\text{Por definición de identificabilidad}).$$

$$\text{Supongamos } P_{\underline{\theta}_1}(\underline{Y}) = P_{\underline{\theta}_2}(\underline{Y}).$$

Ya que las $R_k(\underline{\theta})$ son determinadas por $P_{\underline{\theta}}(\underline{Y})$, entonces los $\underline{a}_p$ son identificables $\iff$

$$R_k(\underline{\theta}_1) = R_k(\underline{\theta}_2) \quad \forall_k \implies \underline{a}_{p1} = \underline{a}_{p2}$$

$$\text{Luego por ser } R_k(\underline{\theta})_1 = R_k(\underline{\theta})_2 \quad \forall_k \implies$$

$$r_p(\underline{\theta}_1) = \begin{bmatrix} R_{p+1}(\underline{\theta}_1) \\ \vdots \\ R_{2p}(\underline{\theta}_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{p+1}(\underline{\theta}_2) \\ \vdots \\ R_{2p}(\underline{\theta}_2) \end{bmatrix} = r_p(\underline{\theta}_2)$$

Luego, de las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \underline{H}_p(\underline{\theta}_1) \cdot \underline{a}_{p1} &= r_p(\underline{\theta}_1) \\ \implies \underline{H}_p(\underline{\theta}_1) &= \underline{H}_p(\underline{\theta}_2) \\ \underline{H}_p(\underline{\theta}_2) \cdot \underline{a}_{p2} &= r_p(\underline{\theta}_2) \end{aligned}$$

Haciendo:

$$\underline{r}_p = r_p(\underline{\theta}_1) = r_p(\underline{\theta}_2)$$

$$\underline{H}_p = \underline{H}_p(\underline{\theta}_1) = \underline{H}_p(\underline{\theta}_2), \text{ entonces :}$$

$\underline{H}_p \underline{a}_{p1} = \underline{r}_p = \underline{H}_p \underline{a}_{p2}$; luego $\underline{a}_{p1}$ y $\underline{a}_{p2}$ son soluciones de la ecuación $\underline{H}_p \underline{a}_p = \underline{r}_p$ y ésta tiene solución única ssi $\text{rango } \underline{H}_p = p$.

$$\therefore \underline{a}_{p1} = \underline{a}_{p2} \iff \text{Rango } \underline{H}_p = p$$

luego suponiendo,

$$P_{\theta_1}(\underline{Y}) = P_{\theta_2}(\underline{Y}) ; \quad \underline{a}_p \text{ identificable } \Longleftrightarrow \underline{a}_{p_1} = \underline{a}_{p_2} \Longleftrightarrow$$

$$\text{Rango } \underline{H}_p = p$$

Nota 3. Un método de análisis numérico estandar para investigar rangos es el llamado Descomposición en Valores Singulares (S.V.D.), analizado en Strang (1974) "Algebra Lineal y sus aplicaciones".

Pero, desde un punto de vista estadístico es más natural reducir la escala $\underline{H}_p = \underline{H}_p(\theta)$ usando

$$\tilde{\underline{H}}_p = \underline{R}_p^{-1/2} \underline{H}_p \underline{R}_p^{-1/2} \quad \text{donde } \underline{R}_p^{1/2} \text{ es la raíz cuadrada de } \underline{R}_p = [R_{ij}] \quad 1 \leq i, j \leq p$$

En la práctica, se reemplaza $\underline{R}_k$ por :

$$\hat{\underline{R}}_k = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^{n-k} Y_i \cdot Y_{i+k} \right] \quad \text{que representan las covarianzas muestrales; estos valores son conocidos ya que } n \text{ representa el número de observaciones, y los valores de } Y_i, Y_{i+k} \text{ corresponden a los valores de las observaciones; y realizar un S.V.D. de } \tilde{\underline{H}}, \text{ donde el valor de } v \text{ corresponderá a una cota superior (mayor valor)}^v \text{ del orden del proceso ARMA.}$$

Al no conocer todavía $\underline{H}_v$ ésta se considerará como:

$$\underline{H}_v = E [\underline{Y}_0^+ \underline{Y}_0^{-}]$$

en que:

$$\underline{Y}_i^+ = (Y_i, Y_{i+1}, \dots, Y_{i+(v-1)})'$$

$$\underline{Y}_i^- = (Y_{i-1}, Y_{i-2}, \dots, Y_{i-v})'$$

con lo cual,

$$\underline{Y}_0^+ = (Y_0, Y_1, \dots, Y_{v-1})'$$

$$\underline{Y}_0^- = (Y_{-1}, Y_{-2}, \dots, Y_{-v})'$$

En la práctica, se tiene entonces que:

$$\tilde{\underline{H}}_v = \hat{\underline{R}}_v^{1/2} E [\underline{Y}_0^+ \underline{Y}_0^{-}] \cdot \hat{\underline{R}}_v^{-1/2}$$

Se tiene entonces que $\tilde{H}_v$ es una matriz de orden v y además que

$$\underline{H}_v = E \begin{bmatrix} Y_0^+ & Y_0^{-'} \end{bmatrix}.$$

Nota 4. De acuerdo al teorema 1 podemos definir el orden de un modelo ARMA univariado, como el mínimo "p" tal que

$$\text{Rango}(\underline{H}_p) = \text{Rango}(\underline{H}_{p+i}), \quad i \geq 1$$

Existe también otra forma para determinar el orden que es útil para series de tiempo multivariadas.

Denotemos:

$$Y_{k+i}|_{k-1} = E(Y_{k+i} | \epsilon_{k-1}, \dots, \epsilon_1)$$

Para el modelo ARMA dado al comienzo podemos encontrar que

$$Y_{k+j+p}|_{k-1} + a_1 Y_{k+j+p-1}|_{k-1} + \dots + a_p Y_{k+j}|_{k-1} = 0, \quad j \geq 0$$

pues los ruidos no están correlacionados para $j \geq 0$. De esta forma podemos decir:

El orden es el menor índice p tal que $Y_{k+p}|_{k-1}$ es linealmente dependiente sobre sus predecesores 5.1.

$$Y_{k+i}|_{k-1} \quad 0 \leq i \leq p-1$$

Esto se relaciona con la definición indicada en la Nota 4, de la siguiente forma:

Observemos que:

$$\begin{aligned} \underline{H}_v &= E \begin{bmatrix} Y_0^+ & Y_0^{-'} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} Y_k^+ & Y_k^{-'} \end{bmatrix} = E \left(\begin{bmatrix} Y_k \\ \vdots \\ Y_{k+v-1} \end{bmatrix} (Y_{k-1}, \dots, Y_{k-v}) \right) \\ &= E \left(\begin{bmatrix} Y_k|_{k-1} \\ \vdots \\ Y_{k+v-1}|_{k-1} \end{bmatrix} (Y_{k-1}, \dots, Y_{k-v}) \right) \\ &= \begin{pmatrix} E(Y_k|_{k-1} Y_k^{-'}) \\ \vdots \\ E(Y_{k+v-1}|_{k-1} Y_k^{-'}) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

De esta forma H_v tiene rango p si y solamente si tiene p columnas linealmente independientes lo que se cumple claramente si 5.1. se cumple.

REFERENCIAS

- [1] KAILATH, T. "Linear Systems". Prentice Hall, U.S.A., 1980.
- [2] SOLO, V. "Topics in advanced time Series Analysis". Harvard University, Department of Statistics. Lectures presented at Primera Escuela de Invierno de Probabilidad y Estadística. Faculty of Mathematics, Department of Statistics, Pontificia Universidad Católica de Chile. July 1982.

I. Gloria Muñoz S.* Jimmy Reyes R.**

* Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias,
Universidad Católica del Norte. Casilla 1280.

** Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias Básicas,
Universidad de Antofagasta. Casilla 170.

Antofagasta - CHILE

PROYECCIONES es una publicación oficial de la Universidad Católica del Norte. Fue fundada en el año 1982 y autorizada por Resolución Exenta del Ministerio del Interior N° 259 de 1983. Actualmente depende del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Católica del Norte.

Director Responsable : Ricardo Soto Montero
Editor Ejecutivo : Julio Peña Rodríguez
Comité Editorial : Miguel Blázquez Jiménez – Universidad Técnica Federico Santa María
Ramón Correa Soto – Universidad Católica del Norte
Eduardo Muñoz Morales – Universidad Católica del Norte
Samuel Navarro – Universidad de Santiago de Chile
Arnoldo Prado Campos – Universidad Católica del Norte
Rolando Rebolledo – Pontificia Universidad Católica de Chile
Héctor Rojo Jeraldo – Universidad de Antofagasta
Oscar Rojo Jeraldo – Universidad Católica del Norte
Ricardo Soto Montero – Universidad Católica del Norte
Nicolás Yus – Universidad de Chile

Dirección Casa Central : Avenida Angamos 0610, Antofagasta, Chile
Dirección Postal : Casilla 1280, Antofagasta, Chile
Publicación Periódica : ISSN 0716 – 0917