

OBTENCION COMPUTACIONAL DE VARIOGRAMAS

Patricio Rojas Morera*

1. RESUMEN.

En este artículo se presenta un programa computacional que permite calcular los variogramas en cuatro dimensiones; sus gráficas correspondientes, además permite generar archivos de datos, revisar archivos de datos y dibujar mapas de zonas mineralizadas. Este programa es completamente interactivo, lo que permite que sea usado por personas con poca o ninguna experiencia en el uso de recursos computacionales.

2. ALGUNOS CONCEPTOS PREVIOS.

2.1. CONCEPTO DE VARIABLE REGIONALIZADA.

La noción de variable regionalizada fue introducida el año 1962 por G. Matheron, su concepción teórica nace de la necesidad de diferenciar datos numéricos, aparentemente del mismo tipo, pero su posición espacial, los hace distintos para análisis geológicos.

* Académico Departamento de Matemáticas, Universidad del Norte, Antofagasta, Chile.

Consideremos tres conjuntos de datos

(1)	10	12	16	18	22	15	14	11	10	8
(2)	16	11	22	10	18	12	8	10	15	14
(3)	60	62	66	68	72	65	64	61	60	58

Calculando media y desviación típica

$$\bar{x}_1 = 13,6 \qquad S_1 = 4,27$$

$$\bar{x}_2 = 13,6 \qquad S_2 = 4,27$$

$$\bar{x}_3 = 63,6 \qquad S_3 = 4,27$$

Diseñando un parámetro que llamamos promedio de diferencias cuadráticas y que denotamos por P.D.C.

$$P.D.C. = \frac{1}{N-1} \sum_{I=1}^{N-1} (Z_I - Z_{I+1})^2$$

Donde N : Número de datos

I : Posición espacial del dato I

Calculando este parámetro,

$$P.D.C._1 = 11,56$$

$$P.D.C._2 = 48,44$$

$$P.D.C._3 = 11,56$$

El parámetro P.D.C. lo podemos interpretar como una medida de "Regularidad Espacial".

2.2. EL VARIOGRAMA.

En base al P.D.C. podemos definir una función como variograma denotada por $\gamma(H)$ y definida por

$$\gamma(H) = \frac{1}{2(N-h)} \sum_{i=1}^{N-H} (z_i - z_{i+H})^2$$

Donde:

H: Distancia entre los datos

Esta función se puede calcular para distintos valores de h , obteniéndose una tabla de valores de la forma $(H, \gamma(H))$

El Variograma permite determinar anisotropias, zonas de influencia y correlaciones espaciales.

2.3. EL VARIOGRAMA EN DOS DIMENSIONES.

Si consideramos una malla como la siguiente

Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}	Z_{17}	Z_{18}	Z_{19}
Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}	Z_{24}	Z_{25}	Z_{26}	Z_{27}	Z_{28}	Z_{29}
Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}	Z_{34}	Z_{35}	Z_{36}	Z_{37}	Z_{38}	Z_{39}
Z_{41}	Z_{42}	Z_{43}	Z_{44}	Z_{45}	Z_{46}	Z_{47}	Z_{48}	Z_{49}
Z_{51}	Z_{52}	Z_{53}	Z_{54}	Z_{55}	Z_{56}	Z_{57}	Z_{58}	Z_{59}

N
↑

donde los Z_{ij} son valores experimentales ubicadas espacialmente.

Habitualmente se calcula el Variograma en las direcciones clásicas N, E, SE, NE.

En el caso de observaciones faltantes se consideran sólo las parejas válidas.

2.4. GRAFICO DE LOS VARIOGRAMAS.

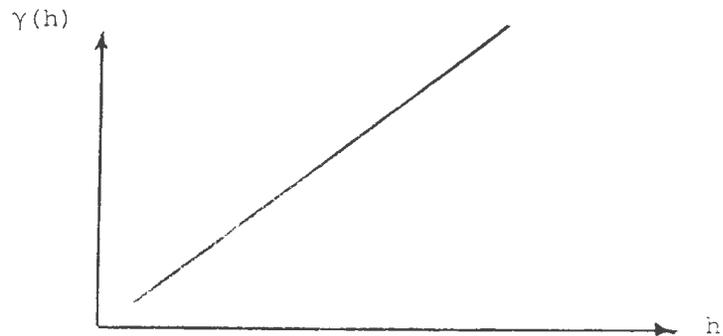
A la gráfica de los puntos obtenidos, se le conoce habitualmente por Variograma experimental.

El paso siguiente consiste en ajustar un modelo teórico, la geoestadística empírica nos indica que los

Modelos teóricos más usados son:

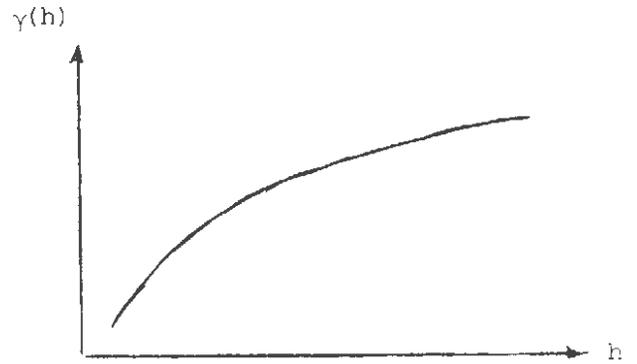
Variograma Lineal

$$\gamma(h) = \alpha h$$



Variograma de Wijs

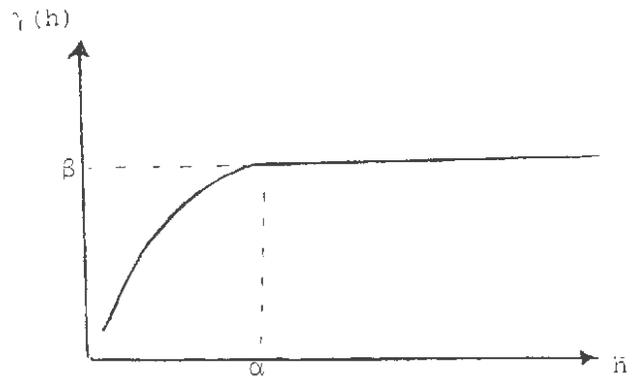
$$\gamma(h) = 3 \alpha \text{Log} \frac{h}{\beta}$$



Variograma Esférico (de Matheron)

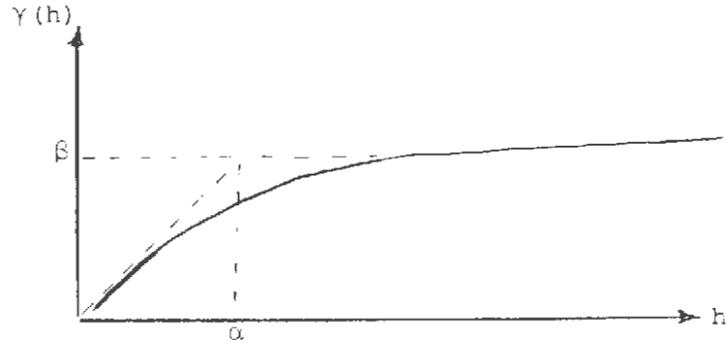
$$\gamma(h) = \hat{\epsilon} \left(\frac{3}{2} \frac{h}{\alpha} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{\alpha^3} \right) \quad \text{Si } h \leq \alpha$$

$$\hat{\epsilon} \quad \text{Si } h > \alpha$$

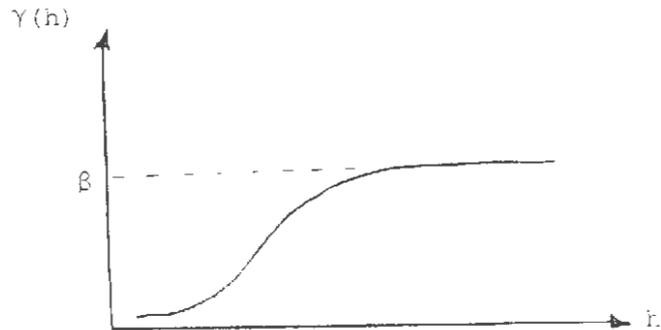


Variograma Exponencial

$$\gamma(h) = \beta(1 - e^{-h/\alpha})$$

Variograma de Gauss

$$\gamma(h) = \beta(1 - e^{-h^2/\alpha^2})$$



Una vez que se conoce el Variograma teórico que ajusta los datos se pueden realizar las estimaciones locales o globales de yacimiento.

2.5. VARIANZAS DE ESTIMACION Y DE EXTENSION.

La varianza de extensión, corresponde teóricamente al error cometido al estimar una superficie por muestras puntuales dentro o en el contorno de ella (por ejemplo, estimar un panel por su sondeo central o estimar un bloqueo por sondeos en sus vértices). En general, su cálculo depende del variograma y de la configuración que se desea estimar.

La varianza de estimación, corresponde al cociente entre la varianza de extensión y el número de muestras disponibles, es decir

$$\sigma_{ES}^2 = \frac{1}{N} \sigma_{EX}^2$$

2.6. ESTIMACION GLOBAL.

Si se conocen las varianzas de estimación en un determinado yacimiento, es fácil realizar una estimación global, mediante intervalos de confianza por ejemplo, se puede determinar un intervalo de 95% de confianza para la cantidad m , como:

$$m = m_0 \pm 2\sigma_{ES}$$

Donde $m_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i$

Y donde se supone que con Z_i se distribuyen normal. Se pueden determinar otros intervalos de confianza según la distribución de los Z_i .

2.7. ESTIMACION LOCAL.

La estimación local permite hacer estimaciones sobre paneles, bloques, etc., en base a la información disponible. La teoría geoestadística nos indica que el mejor estimador local es el estimador de Kriging, que es insesgado y de varianza mínima, su forma general es:

$$m_k = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z_i$$

donde los λ_i se obtienen como solución del sistema de ecuaciones resultante al minimizar la función variograma por multiplicadores de Lagrange. La varianza de estimación en este caso se puede obtener mediante

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^N \lambda_i \gamma_{i,v} - \gamma_{v,v} + \mu$$

conocidos m_k y σ_k se pueden hacer estimaciones sobre cualquier configuración mediante intervalos de confianza del tipo

$$m = m_k \pm 2\sigma_k$$

Intervalo del 95% de confianza, suponiendo que los datos se distribuyen normal.

3. EL PROGRAMA VARIOG

Este programa consiste en un conjunto de 10 pantallas que se muestran a continuación, indicando en cada caso su forma de uso.

3.1. CONSIDERACIONES PREVIAS.

Antes de comenzar una sesión se deben tener en cuenta los siguientes puntos prácticos para hacer más provechoso el tiempo que Ud. estará en el terminal:

- Si aún no ha creado el archivo de datos para el cálculo de los variogramas es conveniente que lleve todo preparado con el objeto de digitar sin problemas los datos.
- Si usted ya tiene creado los datos y desea hacer algunos arreglos, sólomente revisarlos, o quiere generar algunos resultados, asegúrese de tener el nombre correcto del archivo donde residen.

Para comenzar una sesión con el programa VARIOG se debe conectar en un terminal VT-101 o VT-102 con una USER NAME y una PASSWORD asignadas a cada usuario de los equipos VAX 11/750.

Una vez conectado, Ud. debe escribir la sentencia RUN VARIOG para ejecutar el programa, lo que viene a continuación es fácil de aprender.

3.2. PRIMERA PANTALLA.

Después de digitar RUN VARIOG, el terminal despliega la siguiente pantalla.

DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

PROGRAMA VARIOGRAMA

Este programa permite:

- Generar y arreglar archivos de datos leídos directamente desde una planta.
- Calcular y graficar variogramas.
- Dibujar mapas de zonas mineralizadas.

Este programa es completamente interactivo y puede ser usado por personas con conocimientos muy elementales en trabajo con terminales.

- Ingrese "C" para CONTINUAR.
- Ingrese "T" para TERMINAR.

OPCION ==> <==

Esta pantalla es básicamente explicativa, y se refiere a lo que Ud. puede hacer con este programa. Para continuar Ud. debe pulsar la tecla "C" o si desea terminar en este momento la sesión pulse una "T".

3.3. SEGUNDA PANTALLA.

Después de pulsar "C" en la pantalla anterior se despliega la siguiente pantalla

```
DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

      MENU PRINCIPAL
      *****

      1. Generar archivo de datos.
      2. Arreglar un archivo de datos.
      3. Obtención de variogramas y mapas
         de zonas mineralizadas.
      4. Termina la sesión.

      OPCION ==> <==
```

Este es el menú principal, es en este punto donde Ud. decide lo que va hacer. Tenemos cuatro opciones para elegir.

1. Generar un archivo de datos.
2. Revisar y arreglar un archivo de datos.
3. Obtener variogramas y mapas de zonas mineralizadas.
4. Terminar la sesión.

Para elegir cualquiera de estas opciones Ud. debe sólo digitar el número que le corresponde a cada una de ellas.

3.4. TERCERA PANTALLA.

Si Ud. eligió 1 en la pantalla anterior, VARIOG. Le muestra la siguiente pantalla.

DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

PARA GENERAR ARCHIVOS DE DATOS

El procedimiento para generar archivos de datos es el siguiente:

1. Defina una malla de dimensiones adecuadas y póngalas sobre la planta de datos.
2. Si al poner la malla sobre la planta resulta una de las siguientes situaciones, proceda como se indica:
 - 2.1. Un sondaje queda sobre una línea horizontal asigne el dato a la celda superior.
 - 2.2. Si el dato queda sobre una línea vertical asigne el dato a la celda derecha.
 - 2.3. Si el dato queda en la intersección de dos líneas asigne el dato a la celda superior derecha de la intersección.

Para continuar digite una "C"

Para volver al menú principal una "M"

Para terminar una "T"

OPCION ==> <===

Este menú al igual que el primero es explicativo, y dice lo que se debe hacer para crear un archivo que contenga los datos obtenidos con los sondeos.

Para continuar al siguiente menú Ud. debe pulsar una "C".

Para volver al menú principal se debe pulsar una "C".

Para determinar se debe pulsar "T".

3.5. CUARTA PANTALLA.

Si ud. eligió "C" en la pantalla anterior, VARIOG le muestra la siguiente pantalla.

```
DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

                                GENERANDO ARCHIVO DE DATOS
                                *****

                                Nombre de su archivo :
                                N° de filas .....:
                                N° de columnas .....:

                                Para continuar ..... "C"
                                Para arreglar los datos... "A"

                                OPCION ==> <==
```

En este punto se pide el nombre que tendrá su archivo de datos (un máximo de 7 letras), además la cantidad de filas y columnas que tiene la malla que Ud. uso. Si Ud. pone XXXX a la consulta Nombre de Archivos, VARIOG le salvará sus datos en un archivo XXXX.DAt. Si antes de dar su opción Ud. se da cuenta que tiene un error en los datos que acaba de digitar, entonces pulse una "A" y podrá arreglarlos. Si cuando vuelve el cursor a pedir los datos de nuevo, Ud. no los quiere modificar, entonces sólo digite <RETURN>.

3.6. QUINTA PANTALLA.

Si Ud. eligió "C" en la pantalla anterior, VARIOG le muestra la siguiente pantalla.

```
DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE
```

```
ENTRADA DE DATOS PARA CALCULOS DE VARIOGRAMAS
*****
```

```
- Tamaño de los cuadrados de la malla ... :
- ¿Cuál es la ley? ..... : .000
```

Para continuar digite una "C"

Para modificar digite una "M"

OPCION ==> <==

En este punto se le pide cuál es el tamaño de los cuadrados de la malla. Además se pide el valor de la ley de corte (este es un valor que indica a VARIOG en lo que se refiere a mapa de zonas mineraliza-

das, desde qué valor debe considerar que el panel esta mineralizado; bajo la ley de corte o panel se considera estéril). Para el tamaño de los cuadrados sólo ponga la longitud de un lado.

Si se equivoca al digitar uno de estos valores y aún no ha pasado a la siguiente pantalla entonces Ud. puede ingresar la opción "M" para modificar estos datos. (Estos valores pueden ser modificados también en la parte de revisión de datos, que es la opción "2" del menú principal).

3.7. SEXTA PANTALLA.

Si Ud. eligió "C" en la pantalla anterior, VARIOG le muestra la siguiente pantalla.

```

DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

                                GENERANDO EL ARCHIVO DE DATOS
                                *****

Fila :                               Columna :

                                Dato :   .000

                                OPCION  ==> <==

OPCIONES:

1. Si desea ingresar otro dato en las mismas coordenadas.
2. Si desea arreglar el dato que acaba de escribir.
3. Para continuar el siguiente dato.
4. La celda está vacía.

```

En este menú Ud. debe ingresar los datos de los sondeos que quedaron en cada celda después de haber puesto la malla sobre la planta.

En la pantalla le irán apareciendo las coordenadas de cada celda. En este punto Ud. se puede encontrar con uno de los siguientes casos:

- Que tenga más de un dato en la celda, en este caso Ud. debe digitar la opción "1" para ingresar otro dato en las mismas coordenadas. Cuando haya digitado el último dato de aquella celda ingrese la opción "3" para continuar a la siguiente coordenada.
- Que Ud. se haya equivocado al escribir el dato, pero aún no ha ingresado la opción, en este caso Ud. puede arreglarlo digitando la opción "2", lo cual provocará que el programa le pida nuevamente el dato, Ud. debe ingresarlo y luego dar la opción "3" para continuar a la siguiente coordenada.
- Que esté todo correcto y quiera pasar a la siguiente coordenada, en este caso Ud. debe ingresar la opción "3".
- Por último, si la celda está vacía, entonces ingrese la opción "4", lo que provocará que la celda sea ignorada.

NOTAS:

- (1) Una celda vacía NO es igual a una celda con dato igual a cero.
- (2) Cuando en una celda hay más de un sondeo, se almacena el promedio de éstos.
- (3) Si Ud. cometió algunos errores de digitación en los datos entrados anteriormente, se recomienda continuar normalmente y cuando termine de ingresar los datos el programa automáticamente volverá al menú principal. Una vez allá ingrese la opción "2" para revisar sus datos, ahí Ud. podrá hacer todos los arreglos que se requieran.

- (4) Al ingresar el último dato, VARIOG regresa al menú principal automáticamente (espere que ésto ocurra, excepcionalmente esto puede demorar algunos segundos).

3.8. SEPTIMA PANTALLA.

Si Ud. eligió la opción "2" en el menú principal, VARIOG le muestra la siguiente pantalla.

```

DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

                                REVISANDO LOS DATOS GENERADOS
                                *****

- ¿Cuál es el nombre del archivo de datos?... :

NOTA:

Asegúrese que el nombre está correcto antes de transmitir.

El nombre debe tener a lo más 7 letras.

```

Este menú es solamente para que Ud. ingrese el nombre del archivo donde residen sus datos. Asegúrese que el nombre esté correcto, pues si no es así el programa terminará enviando un mensaje de error. Si ocurriera así, comience nuevamente digitando RUN VARIOG.

Recuerde que su archivo es del tipo XXXXXXX. DAT.

3.9. OCTAVA PANTALLA.

Después de ingresar correctamente el nombre de su archivo de datos, en la pantalla anterior, VARIOG le muestra la siguiente pantalla.

```
DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

                REVISION DE DATOS
                *****

                - Tamaño de los cuadrados de la malla :

                - Valor de la Ley ..... : .000

                - Si desea modificar estos datos digite una "M".

                - Si desea continuar digite una ..... "C"

                OPCION ==> <==
```

Este menú sirve para revisar y arreglar los valores que se le dieron al tamaño de los cuadrados de la malla que se usó y el valor de la ley de corte. Para poder hacer esto Ud. debe ingresar la opción "M".

Si no desea modificar o ya modificó entonces ingrese la opción "C" para continuar.

3.10. NOVENA PANTALLA.

Si Ud. eligió "C" en la pantalla anterior, VARIOG le muestra la siguiente pantalla.

```

DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

                                REVISION DE DATOS
                                *****

Fila N°      :                               Columna N° :
                                Dato de la coordenada :      .000

Opciones     :
- Modificar ..... : M.
- Eliminar ..... : E.
- Terminar ..... : T.
- Retroceder al dato anterior . : R
- Continuar al siguiente dado . : <RETURN>

                                OPCION ==> <==

Nota :      - Las coordenadas que tienen más de un dato tie
                                nen grabado su promedio solamente.
  
```

En este menú Ud. revisará sus datos, para ello le irán apareciendo las coordenadas y el valor del dato.

En este lugar Ud. tiene varias opciones cuya explicación está a continuación:

1. Modificar (M): Esta opción permitirá que modifique el dato correspondiente cuando lo haya hecho aprete <RETURN> , lo cual provocará que el nuevo dato sea grabado y se continúe al siguiente.
2. Eliminar (E): Esta opción provoca que la coordenada quede vacía, es decir, sin valor, y que continúe a la siguiente coordenada.
3. Terminar (T): Esta opción sirve para terminar de revisar sus datos.
4. Retroceder al dato anterior (R): Esta provoca que se vuelva al dato anterior para revisarlo nuevamente.
5. Continuar al siguiente dato <RETURN> : Esto provoca que se continúe al siguiente dato.

3.11. DECIMA PANTALLA.

Si Ud. terminó de revisar sus datos, VARIOG vuelve al menú principal, una vez en ésta, al digitar "3", VARIOG desplieg la siguiente pantalla.

```

DEPTO. DE MATEMATICAS
UNIVERSIDAD DEL NORTE

                                GENERANDO RESULTADOS
                                *****

¿En qué archivo están sus datos? ..... :
¿En qué archivo dejará sus resultados? ..... :
¿Qué es lo que desea obtener?

- Imprimir malla geológica ..... (S/N) :
- Imprimir variogramas ..... (S/N) :
- Imprimir mapa de zona mineralizada ..... (S/N) :
- Graficar variogramas ..... (S/N) :

Si Ud. desea obtener alguno de estos resultados digite un "S".
Si NO desea alguna de estas opciones entonces sólo digite "RETURN".

```

Este menú sirve para obtener resultados con los datos que se man tienen en un archivo de datos en particular.

Para poder calcular estos variogramas Ud. debe ingresar el nombre del archivo de datos en cual residen. Recuerde que es del tipo XXXXXXX. DAT.

Además, se debe ingresar un nombre distinto al anterior el cual será el nombre del archivo donde quedarán los diferentes resultados que se obten drán con el uso de este programa. Este archivo se salva con el nombre XXXXXXX. RES.

Luego Ud. tiene una serie de opciones para elegir. Esto es los resultados que Ud. desea obtener, estos pueden ser los siguientes:

1. Imprimir malla geológica: Esta opción le permite a Ud. obtener una malla con todos los valores que Ud. ingresó.
2. Imprimir variogramas: Esto le permite obtener los valores de los variogramas obtenidos en cuatro direcciones.
3. Imprimir mapa de zona mineralizada: Este le permite obtener una malla con la misma cantidad de coordenadas que la malla geológica pero que contiene ennegrecidos los cuadros en los cuales la ley del mineral es más alta que la ley de corte.
4. Graficar variogramas: Esta opción le permite obtener la gráfica de los cuatro variogramas anteriormente listados, un gráfico resumen de estos últimos cuatro y un gráfico promedio.

4. UN EJEMPLO DE APLICACION DE VARIOG.

En las páginas siguientes se encuentra una salida del computador, en el cual se muestra:

1. Listado de la malla geológica.
2. Un mapa de zonas mineralizadas.
3. Listado de variogramas según direcciones.
4. Grafica del variograma según dirección 1.
5. Gráfica del variograma según dirección 2.
6. Gráfica del variograma según dirección 3.
7. Gráfica del variograma según dirección 4.
8. Gráfica resumen.
9. Gráfico promedio.

5. BIBLIOGRAFIA.

- [1] ALFARO, M. Reconocimiento rígido y secuncial; Un estudio geoestadístico paso a paso.
- [2] David, M. Geostatistical ore resurve estimation. Elsenies Publishing Company. Amsterdam, Oxford, New York, 1977.
- [3] ROJAS, P. ¿Qué es geoestadística? Revista Proyecciones. Año 2 N° 5 Noviembre de 1983. Universidad del Norte. Antofagasta Chile.
- [4] SONDA LTDA. Curso VAX/UMS.

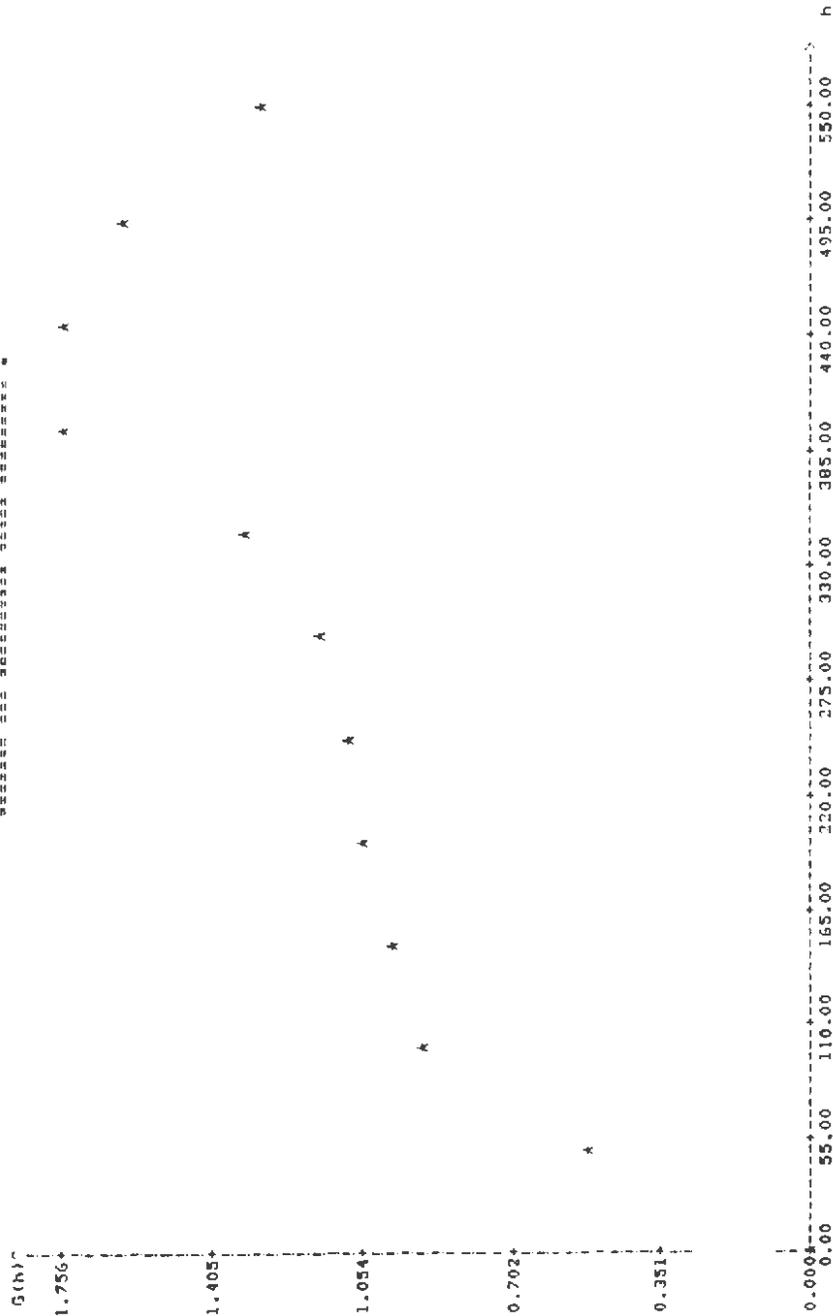
LISTADO DE LA MALLA GEOLÓGICA
=====

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.08	2.07	3.77	3.78	1.09	2.09	1.85	2.88	3.75	4.02	2.18	2.19
2	1.10	2.10	1.18	2.20	2.08	2.08	1.20	1.07	3.90	2.15	1.85	1.72
3	1.42	1.47	1.58	1.80	1.72	2.08	1.22	1.08	3.60	2.18	0.90	0.92
4	1.38	1.37	1.42	1.26	1.25	3.08	1.35	1.08	2.05	0.70	0.07	0.10
5	1.21	1.22	1.38	0.98	0.85	3.05	1.40	1.80	0.18	0.15	0.10	0.05
6	3.31	3.20	1.08	4.07	4.08	1.02	0.82	0.35	0.15	0.02	0.20	0.02
7	1.08	3.21	3.22	3.40	3.31	1.08	1.95	0.15	0.02	0.04	0.01	0.80
8	2.32	2.15	1.08	1.90	3.00	1.08	1.90	0.35	0.18	0.25	2.04	2.03
9	0.08	0.09	0.12	1.10	2.00	2.10	0.58	0.38	1.15	1.28	3.48	3.15
10	2.01	0.22	0.42	1.60	1.75	1.80	1.58	1.40	0.02	0.04	3.15	3.12

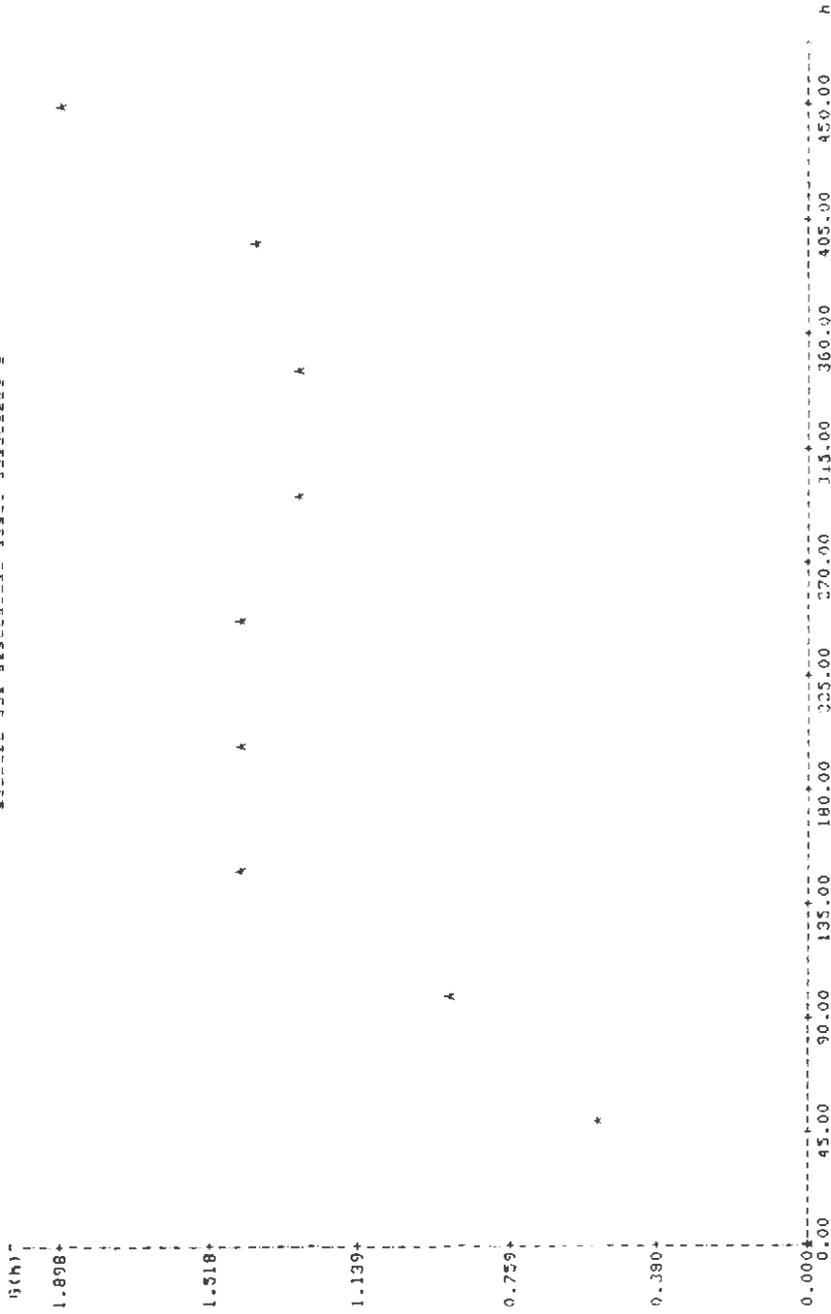
LISTADO DE VARIOGRAMAS SEGUN DIRECCIONES.

....DIRECCION 1....	DIRECCION 2....	DIRECCION 3....	DIRECCION 4....	
H	G(H)	H	G(H)	H	G(H)	H	G(H)
50.00	0.566493	50.00	0.562932	70.71	0.803958	70.71	0.694350
100.00	0.943629	100.00	0.961396	141.42	1.242371	141.42	1.079182
150.00	1.007310	150.00	1.438321	212.13	1.613412	212.13	1.189030
200.00	1.068036	200.00	1.464459	282.84	1.193649	282.84	0.899724
250.00	1.109544	250.00	1.456603	353.55	0.775276	353.55	0.773540
300.00	1.179582	300.00	1.305600	424.26	0.450399	424.26	0.917985
350.00	1.378487	350.00	1.320884	494.97	0.811927	494.97	1.012083
400.00	1.756103	400.00	1.426390	565.69	0.712956	565.69	1.708282
450.00	1.750375	450.00	1.897683	636.40	0.395083	636.40	1.835767
500.00	1.647442	0.00	0.000000	0.00	0.000000	0.00	0.000000
550.00	1.324705						
0.00	0.000000						

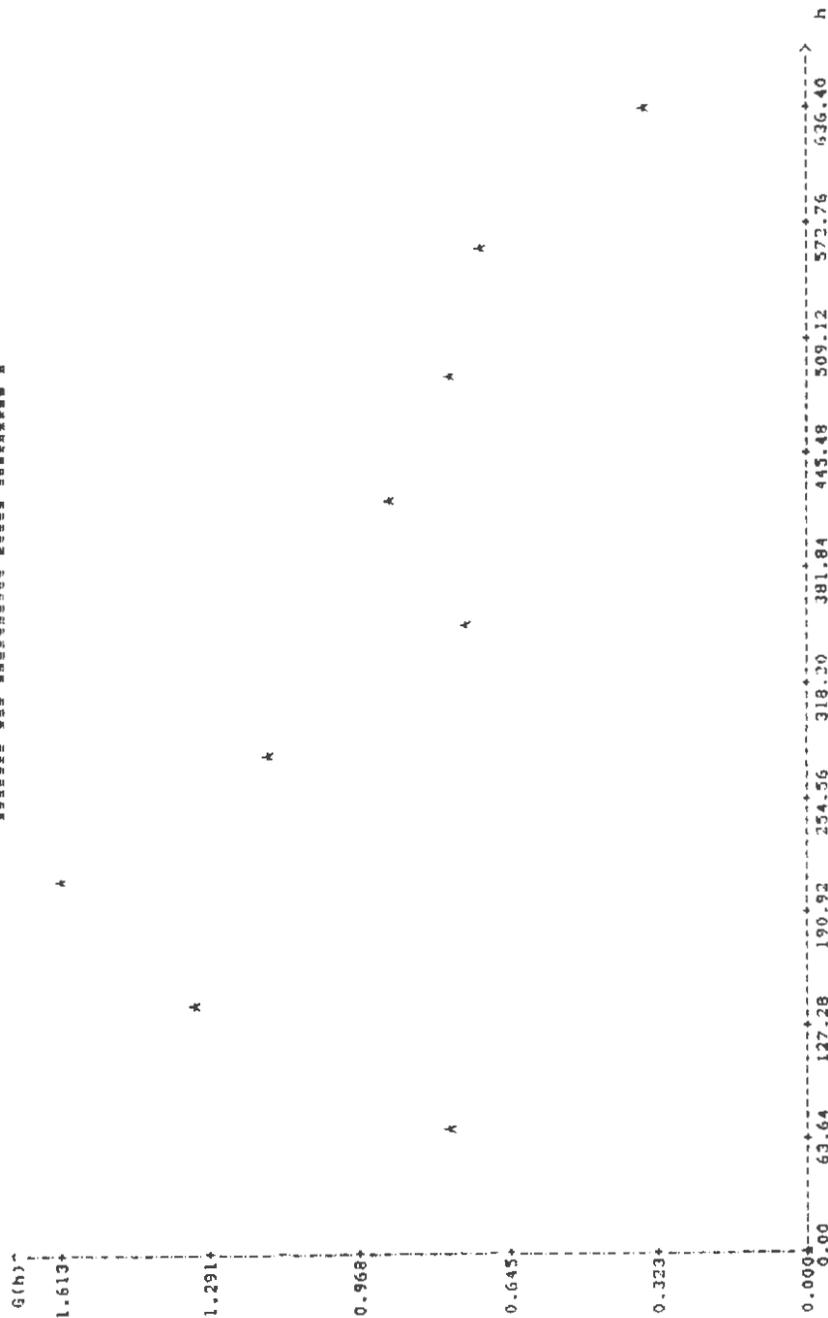
GRAFICA DEL VARIIGRAMA SEGUN DIRECCION 1



GRAFICA DEL VARIograma SEGUN DIRECCION 2



GRAFICA DEL VARIOGRAMA SEGUN DIRECCION 3



GRAFICA DEL VARIOGRAMA SEGUN DIRECCION 4

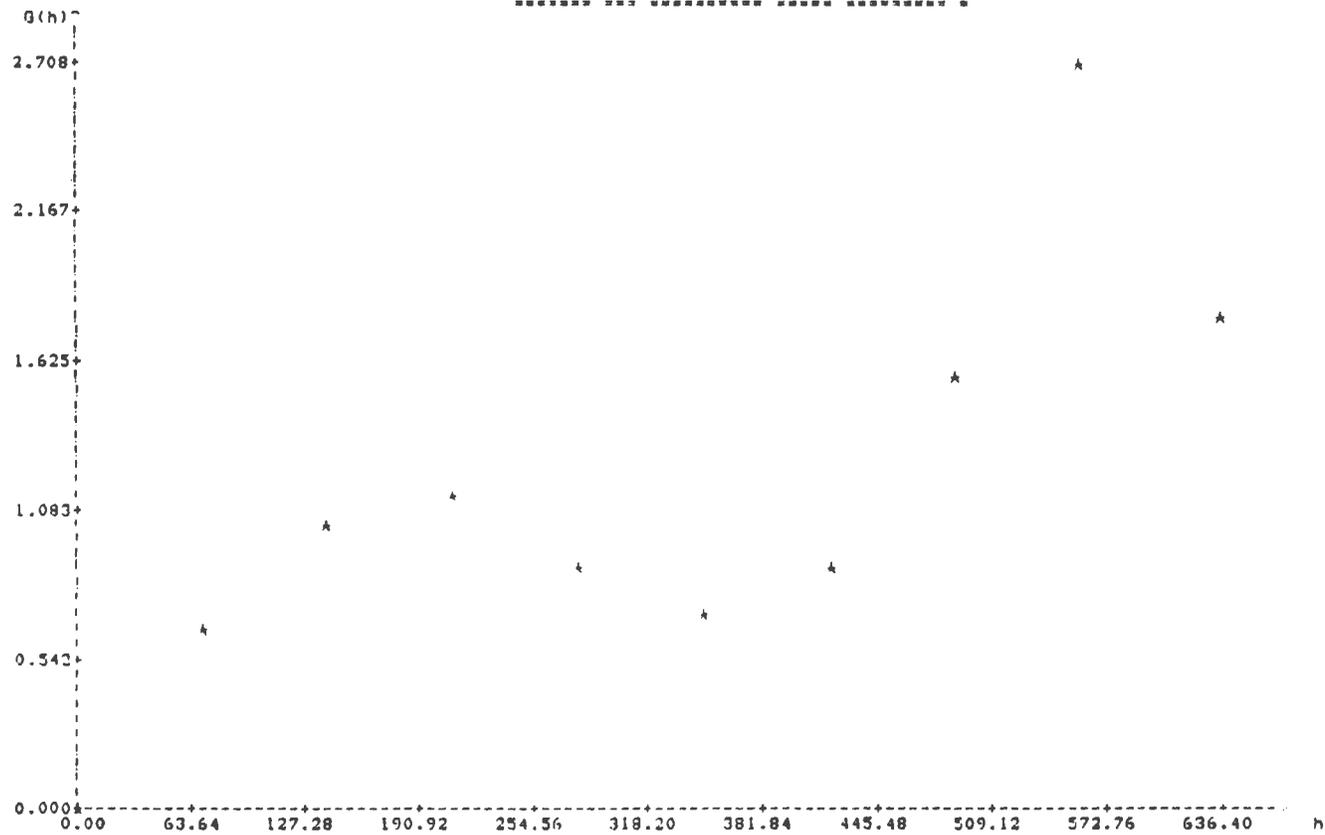
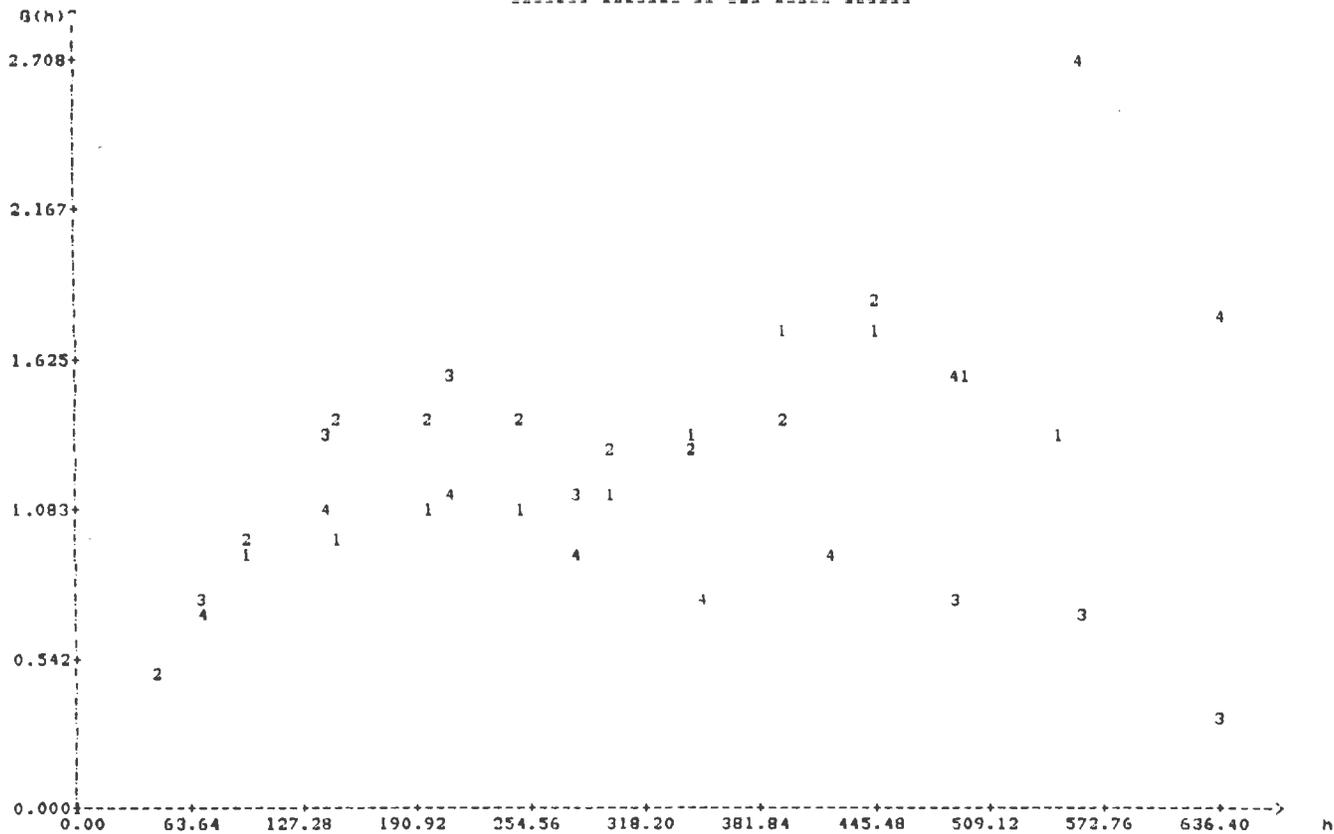


GRAFICO RESUMEN DE LOS OTROS CUATRO
 =====



GRAFICA DEL VARIograma PROMEDIADO

