DOI: 10.22199/S07160917.1982.0001.00009

PROBLEMAS PROPUESTOS

SECCION DE ALGEBRA

Con el afán de promover el diálogo matemático entre los cultores y amantes de esta disciplina, la Sección de Algebra del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Norte, presenta para su discusión y análisis los 3 problemas expuestos a continuación. Ellos han sido extraídos de la revista The American Mathematical Monthly, de difusión mundial. El primero fue presentado, entre otros, en las Terceras Olimpíadas de Matemáticas de E.E.U.U., el 7 de Mayo de 1974. El segundo fue propuesto como un problema elemental por N.A. Court, de la Universidad de Oklahoma en 1961 y el tercero como un problema avanzado por L. Carlitz de la Universidad de Duke en 1975. Las respectivas soluciones serán publicadas en el próximo número de esta revista. Le invitamos a comunicarnos la solución que Ud. encuentre para estos problemas y que nos sugiera otros, cuya comprensión y solución no requieran demasiados conocimientos técnicos. La próxima edición contendrá problemas a cargo de la Sección Estadística de este Departamento.

PRIMER PROBLEMA:

Sean a, b, c enteros distintos. Demuestre que no existen un polinomio p(x) con coeficientes enteros tal que:

i) El resto de dividir p(x) por x-a es b
ii) El resto de dividir p(x) por x-b es c
iii) El resto de dividir p(x) por x-c es a

SEGUNDO PROBLEMA:

Encontrar todos los pares de enteros no negativos tales que su suma sea un divisor de su producto.

TERCER PROBLEMA:

Los coeficientes $C\frac{(k)}{m,n}$ se definen mediante

$$(1 + x)^m (1 - x)^n = \sum\frac{m+n}{k=0} \quad C\frac{(k)}{m,n}X^k \quad (con\ m,n \geq 0)$$

Demuestre que

$$\sum\frac{m+n}{k=0}\left(C\frac{(k)}{m,n}\right)2 = \frac{(2m)\,! \qquad (2n)\,!}{m\ !\ \ n\ !\ \ (m+n)!}$$